**Лабораторная работа № 14**

**E21.1** В примере сети Hopfield, начиная со страницы 18-8, мы использовали коэффициент усиления γ = 1.4. На рисунке 21.3 показана функция Ляпунова для этого примера. Функция высокого усиления Ляпунова для примера показана на рис. 21.9.

1. Покажите, что минимумы функции Ляпунова для этого примера будут расположены в точках, где n1 = n2 = f(n1) = f(n2). (Используйте формулу (21.42) и установите градиент V(n) равным нулю.)
2. Изучите изменение местоположения минимумов, поскольку коэффициент усиления γ варьируется от γ = 0.1 до γ = 10.
3. Нарисуйте контурный график для нескольких разных значений коэффициента усиления в этом интервале. Для этого вам, вероятно, понадобится использовать MATLAB.

**E21.2** В задаче P21.3 мы использовали контролируемое правило Hebb для создания сети Hopfield для распознавания следующих шаблонов:

p1 = [1 1]T, p2 = [-1 1]T.

Если мы используем другое правило проектирования [LiMi89], мы найдем следующую весовую матрицу и смещение

W = [1 0 0 -10], b = [0 11]T.

1. График контурной кривой для функции Ляпунова с высоким коэффициентом усиления, если эта весовая матрица и смещение используются.
2. Обсудите разницу между производительностью этой сети Hopfield и той, что была разработана в Задаче P21.3.
3. Напишите M-файл MATLAB для имитации сети Hopfield. Используйте процедуру ode45. Запишите ответы этой сети на несколько начальных условий.

**E21.3**. Сеть Хопфилда имеет следующую функцию Ляпунова с высоким коэффициентом усиления:

V(a) = ½ ((a1)2 + 2a1a2 + 4(a2)2 + 6a1 + 10a2).

1. Найдите весовую матрицу и вектор смещения для этой сети.
2. Найдите градиент и Гессиан для V(a).
3. Нарисуйте контурный график V(a).
4. Найдите неподвижную точку (точки) для V(a). Используйте следствие теоремы инвариантности Ласалла, чтобы найти как можно больше информации об областях притяжения для любых устойчивых точек равновесия.

E21.4 В Задаче P21.5 мы продемонстрировали, как сеть Хопфилда может быть спроектирована для работы в качестве аналого-цифрового преобразователя.

1. Нарисуйте контурный график функции высокого усиления Ляпунова для двухбитовой сети A/D конвертера с использованием входного значения γ = 0.5. Найдите минимальные точки.
2. Повторите часть (i) для входного значения γ = 0.25.
3. Используйте ответы на части (i) и (ii), чтобы объяснить, как будет работать сеть. Будет ли сеть правильно выполнять преобразование A / D?

**E21.5**. Предположим, что бинарные прототипные векторы

p1 = [-1 1 1 -1]T, p2 = [1 -1 1 -1]T.

1. Создайте непрерывную сеть Хопфилда (укажите только весы и предубеждения по соединению), чтобы распознать эти шаблоны, используя правило Hebb.
2. Найти гессиновскую матрицу функции Ляпунова с высоким коэффициентом усиления для этой сети. Каковы собственные значения и собственные векторы матрицы Гессиана? (Это требует очень небольших вычислений.)
3. Предполагая большой коэффициент усиления, каковы устойчивые точки равновесия для этой сети Хопфилда?

**E21.6** Повторите упражнение E21.5 для следующих прототипов векторов.

1. p1 = [1 -1 1 1]T, p2 = [1 1 1 -1]T.
2. p1 = [-1 1 1 -1]T, p2 = [1 1 -1 -1]T.
3. p1 = [-1 -1 1 1 -1 -1]T, p2 = [-1 -1 -1 1 1 1]T.

**E21.7.** Рассмотрим сеть Hopfield с высоким коэффициентом усиления с весовой матрицей и смещением, определяемую:

W = [1 3 3 9] и b = [3 -1]T.

1. Нарисуйте контурный график функции Ляпунова с высоким коэффициентом усиления для этой сети.
2. Если сети задано следующее начальное условие, где будет сходиться сеть?

a(0) = [0.5 -0.5]T.

**E21.8**. Создайте сеть Hopfield с высоким коэффициентом усиления (придайте весам и смещениям) только с одной устойчивой точкой равновесия:

[1 -1]T

Объясните свою процедуру и покажите все шаги. (Не используйте правило Hebb.)

**E21.9**. Рассмотрим сеть Hopfield с высоким коэффициентом усиления с весовой матрицей и смещением, определяемую:

W = [-1 -1 -1 -1] и b = [1 -1]T.

1. Нарисуйте контурный график функции Ляпунова с высоким коэффициентом усиления для этой
2. сети.
3. Предполагая большой выигрыш, каковы устойчивые точки равновесия для этой сети Хопфилда? Что вы можете сказать о бассейнах притяжения для этих устойчивых точек равновесия? Объясните свои ответы.

**E21.10** Повторите E21.9 для следующего веса и смещения:

W = [-1 0 0 -1] и b = [1 1]T.

**E21.11.** В упражнении E7.11 мы задали вопрос: сколько образцов прототипов может храниться в одной весовой матрице? Повторите эту проблему, используя сеть Hopfield. Начните с цифр «0» и «1». (Цифры показаны в конце этой задачи.) Добавьте одну цифру за раз до «6» и проверьте, как часто правильная цифра восстанавливается после случайного изменения 2, 4 и 6 пикселей.

1. Сначала используйте правило Hebb для создания весовой матрицы для цифр «0» и «1». Затем произвольно меняйте 2 пикселя каждой цифры и применяйте зашумленные цифры к сети. Повторите этот процесс 10 раз и запишите процент времени, в течение которого на выходе сети создается правильный шаблон (без шума). Повторяются как 4 и 6 пикселей каждой цифры. Затем весь процесс повторяется, когда используются цифры «0», «1» и «2». Это продолжается, по одной цифре за раз, пока вы не проверите сеть, если используются все цифры от «0» до «6». Когда вы закончите все тесты, вы сможете построить три кривые, показывающие процентную погрешность и количество сохраненных цифр, по одной кривой для 2, 4 и 6 пиксельных ошибок.
2. Повторите часть (i), используя псевдоинверсное правило (см. Главу 7), и сравните результаты двух правил.
3. Для дополнительного кредита повторите часть (i), используя метод, описанный в [LiMi89]. В этой статье это называется Процедурой синтеза 5.1.

(Смотри рисунок в книге!)